

Verwandtschaftsberechnungen für nah verwandte Elternteile

Kurze Anmerkung zu den „Verwandtschafts“-Artikeln in der *Computergenealogie*, Heft 1/2020

Weert Meyer

In der *Computergenealogie* 1/2020 betrachtet Hungerige das Beispiel einer nahen Verwandtenehe aus seiner eigenen Familie. Gleich wurde ich daran erinnert, dass die Eltern meiner Großmutter Cousins 1. Grades waren. So haben wir alle, auch Sie, vermutlich diese nahen Verwandtenstrukturen in unseren Familien-Datenbanken.

Ich will bei dem Beispiel¹ von Hungerige bleiben (Abb. 1), es allerdings ein wenig anders darstellen und mit den Begriffen der *Quantitativen Genealogie* von Rösch (1955) beschreiben. Dort ist der Inzuchtkoeffizient F keine feststehende Größe. Wegen dieses Begriffes möchte ich nun keine „Begriffs- bzw. Benennungs“-Grundsatzdebatte vom Zaun brechen. Die Humangenetiker und Tierzüchter haben mit F wohl kein Problem.

Der Verwandtschaftskoeffizient R ist in der Quantitativen Genealogie als **mittlerer biologischer Verwandtschaftsanteil b** für zwei Personen die zentrale Größe. Nach dem Prinzip der „Verdünnung“ haben zwei Personen, zwischen denen z.B. drei Filiationen (Geburt/Zeugung) liegen, im statistischen Mittel etwa 12,5 % gleiches Erbgut. Den drei Filiationen entspricht ein Generationenabstand von drei. Die Quantitative Genealogie definiert daher zusätzlich die Größe **mittlerer biologischer Verwandtschaftsgrad gb**, der in unserem Beispiel 3 ist: $gb = 3$.

Jedem mittleren biologischen Verwandtschaftsgrad gb ist nach strenger Rechenregel (dem Prinzip der Verdünnung um 50% je Filiation) ein mittlerer biologischer Verwandtschaftsanteil b zugeordnet:

$$b = (0,5)^{gb} = \left(\frac{1}{2}\right)^{gb} = \frac{1^{gb}}{2^{gb}} = \frac{1}{2^{gb}};$$

künftig kurz so notiert: $b = \frac{1}{2^{gb}}$ [FORMEL I]

Für eine Verwandtschaft zwischen zwei Personen muss man zuerst alle Einzelverwandtschaftsanteile b_i berechnen und dann deren Summe bilden: Die Summe aller Verwandtschaftsanteile b_i wird zum **summarischen biologischen Verwandtschaftsanteil b'** zusammengefasst.

Aus b' wird erneut ein **summarischer mittlerer Verwandtschaftsgrad $g'b$** bestimmt, durch den man eine gute Vorstellung von der Gesamtverwandtschaft gewinnt: Die Nähe bzw. Ferne *in Generationen*!²

Nach so viel Vorrede nun ans Rechnen: Zuerst prüfen wir, ob FORMEL I für das Eingangsbeispiel das richtige Ergebnis liefert:

$$\text{Aus } gb = 3 \text{ folgt } b = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0,125 \hat{=} 12,5 \%: \text{ das passt!}$$

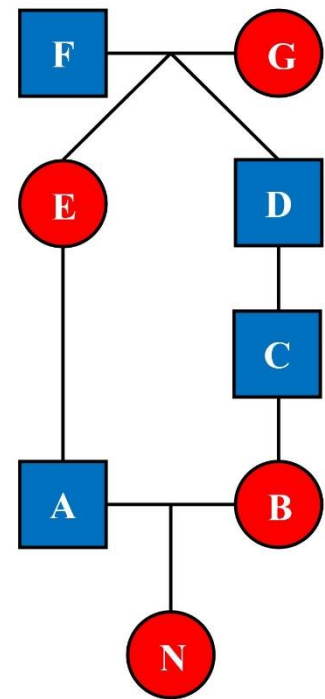


Abb. 1: Cousin-Cousinen-Heirat 1. Grades, um eine Generation verschoben. Figur analog zu der Abbildung auf S. 11 bzw. Figur G auf S. 18 in Hungerige (2020a, 2020b).

¹ Vgl. dort S. 11 sowie Figur G auf S. 18.

² Die meist sehr kleine Dezimalbruchzahl b' liefert hier kein gutes Verständnis für den „Verwandtschaftsabstand“.

Nun zurück zu dem Beispiel auf Seite 11 der *Computergenealogie 1/2020*, eine Cousin-Cousinen-Ehe 1. bzw. 2. Grades gemischt (oder „um eine Generation verschoben“): Der mittlere biologische Verwandtschaftsanteil, den A und B gemeinsam haben, wird in der Terminologie der Quantitativen Genealogie nicht $R(2;3)$, sondern b_{23} genannt.

Los geht's:

1. Verwandtschaftslinie über den gemeinsamen Ahn **F**:
A – E – **F** – D – C – B: 5 Filiationen; $gb = 5 \rightarrow b_1 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
2. Verwandtschaftslinie über den gemeinsamen Ahn **G**:
A – E – **G** – D – C – B: 5 Filiationen; $gb = 5 \rightarrow b_2 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

Nun müssen beide mittleren biologischen Verwandtschaftsanteile zu b' aufsummiert werden:

$$b' = b_1 + b_2 = \frac{1}{32} + \frac{1}{32} = 2 \cdot \frac{1}{32} = \frac{1}{16}$$

In der Quantitativen Genealogie wird die Summe aller Verwandtschaftsanteile b_i als *summarischer mittlerer biologischer Verwandtschaftsanteil* b' bezeichnet.

Damit haben wir den Verwandtschaftsanteil für das Paar AB ermittelt:

$$b_{23} = b' = \frac{1}{16} = 0,0625 \triangleq 6,25\%$$

In der Quantitativen Genealogie ist es nun möglich, sich den Anteil 0,0625 besser als *summarischen biologischen Verwandtschaftsgrad* $g'b$ vorzustellen. Dafür ist nach FORMEL I der Ansatz

$$0,0625 = \frac{1}{2^{g'b}}$$

zu lösen! Dieser Ansatz hat $g'b = 4$ als Lösung. Somit sind A und B im Grad 4 miteinander verwandt.

Praktischer Rechentipp:

Lösung mit den solve-Befehl eines Grafik-Taschenrechners oder Smartphones:

$$\text{solve} \left(0,0625 = \frac{1}{2^{gb}} ; gb \right) \rightarrow gb = 4$$

Oder mit einem einfachen Taschenrechner:

$$g'b = -3,32193 \cdot \log(0,0625) \langle \text{Enter} \rangle \rightarrow \text{Ergebnis}^3: 4,00002294$$

Der gemeinsame biologische Verwandtschaftsanteil b_{23} von 0,0625 geht nach den Regeln der Vererbungslehre von den Eltern *zur Hälfte* auf ihr Kind N über. Dieses Kind N hat somit

$$b_k = \frac{b_{23}}{2} = 0,03125$$

mit dem Ahnenpaar FG gemeinsam – dieser Anteil soll, wie eingangs erwähnt, nicht Inzuchtkoeffizient genannt werden; letzteres b_k ist aber exakt das Ergebnis, das Hungerige auf Seite 11 angibt und dort F nennt.

Die Quantitative Genealogie hat jedoch noch ein Ass im Ärmel und rechnet auch für das Kind $b_k = 0,03125$ in $g'b = 5$ um. Das Kind N ist im 5. Grad *mit dem Ahnenpaar FG* verwandt.

Ohne dies hier durch eine weitere Zeichnung zu veranschaulichen, soll als Beispiel weiter angenommen werden, A und B hätten unabhängig von FG noch ein weiteres gemeinsames Ahnenpaar MN in

³ Hier tritt ein unbedeutender Rundungsfehler auf. Auf die Herleitung dieser Berechnungsformel für $g'b$ wird hier verzichtet. Wenden Sie sie bitte einfach an!

ihrer 5. Generation (das ist die 6. Generation für das Kind N). Dessen Einfluss auf den summarischen biologischen Verwandtschaftsanteil $b' = b_{23}$ für das Elternpaar AB soll noch kurz berechnet werden.

Die beiden zusätzlichen Filiationslinien sind jeweils 10 Einzelfiliationen ($gb_3 = gb_4 = 10$) lang, somit ist:

$$b_3 = b_4 = \frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{1024}$$

(Ergebnisse mit FORMEL I berechnet)

Es folgt als Summe für $b_{23} = b' = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{2^{10}} = 0,064453 \triangleq 6,4453 \%$, also ein *absoluter* Zuwachs von b' um 0,00195, ein *prozentualer* Zuwachs von b' um nur 3,125 %. Als Verwandtschaftsgrad $g'b$ folgt statt vorher 4 jetzt 3,96! (Abnahme nur -1%). Bescheidene 0,04 Grad kommen sich AB durch das weitere Paar MN in ihrer 5. Generation näher!

Fazit:

Eine *Verwandtschaft* allein *in Anteilen* ausgedrückt (b' , R, F) kann man sich nur schwer vorstellen! Noch schwerer fällt es, Vergleiche bei unterschiedlichen Anteilen angemessen einzuordnen! Führt man allerdings *zusätzlich* den *summarischen mittleren Verwandtschaftsgrad $g'b$* als weiteres Verwandtschaftsmaß ein, fällt die Einordnung, wie die obigen Beispiele zeigen, deutlich leichter. Mag der rechnerische Umgang mit $g'b$ wegen des Logarithmus⁴ auch ungewohnt sein – wegen der besseren Vorstellbarkeit einer Verwandtschaftsnähe bzw. -ferne kann man auf $g'b$ *nicht verzichten!*

Ich hoffe, die Rechenmethoden der Quantitativen Genealogie haben Sie überzeugt.

Schlussbemerkung:

Wäre nicht auch eine Sammlung naher Verwandtschaften (natürlich anonym) im Interesse aller? Hier hat Arndt Richter z.B. in *GeneTalogie und Geistesgeschichte – 30 Jahre GeneTalogie*⁴ viele Beispiele aufgeführt! Auch eine *erweiterte* Statistik der Typen A bis D (Cousinen-Ehen 1. Grades)⁵ ist überfällig! Dafür sollten *wir alle* unsere Daten durchforsten. Bilden wir dafür ein neues Projekt – das wäre wirklich spannend!

Ich selbst möchte aus Anlass der Artikel von Hungerige in der CompGen 1/2020 jetzt einen ergänzenden Aufsatz in zwei Teilen verfassen.

Verwandtschaft messbar machen!

Von Verwandtschaftsanteilen, Verwandtschaftsgraden und Verwandtschaftskoeffizienten

Teil I: Die Rechenmethoden der Quantitativen Genealogie verständlich erklärt

Teil II: Das Rechenprogramm von Martin Jülich auf Basis der Quantitativen Genealogie

⁴ Richter, 2010.

⁵ Vgl. die Abb. auf S. 18 in Hungerige, 2020b; ebenso Ludwig, 1948; Hamamy et al., 2011.

Weiterführende Literatur und Links

Eine Fundgrube für Beiträge zur Quantitativen Genealogie ist die Homepage von Arndt Richter:

<http://www.genetalogie.de>

sowie der Eintrag „Siegfried Rösch“ im GenWiki:

http://wiki-de.genealogy.net/Siegfried_Rösch

Die Beiträge von Arndt Richter (1979, 1997, 2010) sowie Siegfried Rösch (1955, ebenfalls abgedruckt in Rösch, 1956) sind für das Studium der Quantitativen Genealogie eigentlich ein „Muss“!

Trauen Sie sich!

Hamamy, H., Antonarakis, S. E., Cavalli-Sforza, L. L. et al. (2011). Consanguineous marriages, pearls and perils: Geneva International Consanguinity Workshop Report. In: *Genetics in Medicine*, 13, 9, S. 841-847. [[Online](#)]

Hungerige, H. (2020a). Berechnung des Inzucht- und Verwandtschaftskoeffizienten über eine Pfadanalyse. In: *Computergenealogie – Magazin für Familienforschung*, 35. Jg., H. 1, S. 11.

Hungerige, H. (2020b). Verwandtenehen: Die Ahnentafel als Ahnennetz. In: *Computergenealogie – Magazin für Familienforschung*, 35. Jg., H. 1, S. 16-19.

Ludwig, W. (1948). Vetternehenstatistik und Oedipuskomplex. In: *Forschungen und Fortschritte*, 24. Jg., H. 13/14, S. 164-165.

Richter, A. (1979). Erbmäßig bevorzugte Vorfahrenlinien bei zweigeschlechtigen Lebewesen. Die Spaltungs-Proportionen in der Aszendenz bei geschlechtsgebundener Vererbung, erläutert am Beispiel des Menschen. Professor Dr. Siegfried Rösch zum 80. Geburtstag. In: *Archiv für Sippenforschung*, Jg. 45, H. 74, S. 96-109. [[Online](#)]

Richter, A. (1997). *Die Geisteskrankheit der bayerischen Könige Ludwig II. und Otto. Eine interdisziplinäre Ahnenstudie mittels Genealogie, Genetik und Statistik mit einer EDV-Programmbeschreibung von Weert Meyer*. Neustadt/Aisch: Verlag Degener & Co. [[Online](#) (Auszüge)]

Richter, A. (2010). *GeneTalogie und Geistesgeschichte – 30 Jahre GeneTalogie*. (Typoskript, 31 S.). [[Online](#)].

Rösch, S. (1955). *Grundzüge einer quantitativen Genealogie* (Teil A des Buches über Goethes Verwandtschaft) (= Praktikum für Familienforscher, Sammlung gemeinverständlicher Abhandlungen über Art und Ziel und Zweck der Familienkunde, H. 31). Neustadt an der Aisch: Degener & Co. (Sonderdruck aus „Goethes Verwandtschaft“). [[Online](#)]

Rösch, S. (1956). *Goethes Verwandtschaft – Versuch einer Gesamtverwandtschaftstafel mit Gedanken zu deren Theorie*. (Bibliothek familiengeschichtlicher Arbeiten, Bd. XVI). Neustadt an der Aisch: Degener & Co. [[Online](#)]